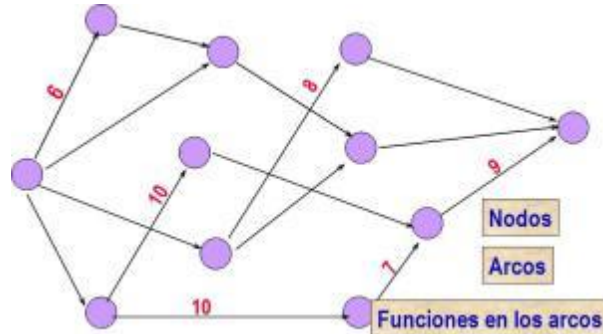


Unidad II: Análisis de Redes

2.1 Conceptos Básicos

Un problema de redes es aquel que puede representarse por:



LA IMPORTANCIA DE LOS MODELOS DE REDES:

Muchos problemas comerciales pueden ser resueltos a través de modelos de redes.

El resultado de un problema de redes garantiza una solución entera, dada su estructura matemática. No se necesitan restricciones adicionales para obtener este tipo de solución.

Problemas de redes pueden ser resueltos por pequeños algoritmos, no importando el tamaño del problema, dada su estructura matemática.

Terminología de Redes

1. Flujo: Corresponde a la cantidad que debe transportarse desde un nodo i a un nodo j a través de un arco que los conecta. La siguiente notación es usada:

X_{ij} = cantidad de flujo

U_{ij} = cota mínima de flujo que se debe transportar

L_{ij} = cota máxima de flujo que se puede transportar.

2. Arcos dirigidos /no dirigidos: Cuando el flujo puede transportarse en una sola dirección se tiene un arco dirigido (la flecha indica la dirección). Si el flujo puede transportarse en ambas direcciones existe un arco no dirigido (sin flecha).

3. Nodos adyacentes: Un nodo j es adyacente con un nodo i si existe un arco que une el nodo j con el nodo i.

Rutas/Conexión entre nodos

Ruta: Una colección de arcos formados por una serie de nodos adyacentes

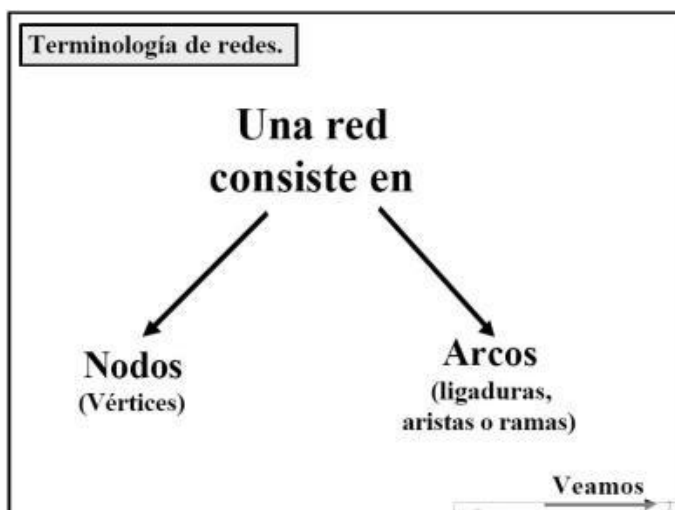
Los nodos están conectados si existe una ruta entre ellos. 4

Ciclos / Arboles /Arboles expandidos

Ciclos : Un ciclo se produce cuando al partir de un nodo por un cierto camino se vuelve al mismo nodo por otra ruta.

Arbol : Una serie de nodos que no contienen ciclos.

Arbol expandido: Es un árbol que conecta todos lo nodos de la red (contiene n-1 arcos).



Nodos	Arcos	Flujo
Ciudades	Caminos	Vehículos
Aeropuertos	Rutas aéreas.	Aviones
Puntos de conmutación	Cables, canales	Mensajes
Estaciones de bombeo	Tuberías	Fluidos
Centros de trabajo	Rutas de manejo de materiales	Trabajos

1

Si el flujo a través de un arco se permite en una sola dirección \Rightarrow Arco dirigido

Si el flujo a través de un arco se permite en ambos sentidos \Rightarrow Arco no dirigido

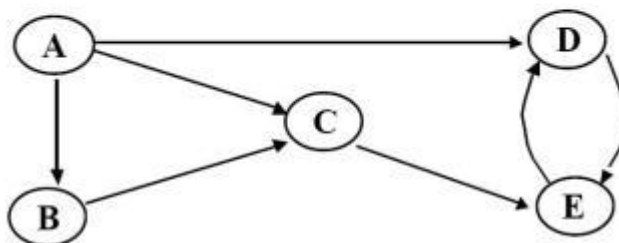
De ahí que una red se clasifique en dirigida o no dirigida.

9

Una trayectoria es una sucesión de arcos distintos y puede ser dirigida o no dirigida.

Ilustremos estos conceptos

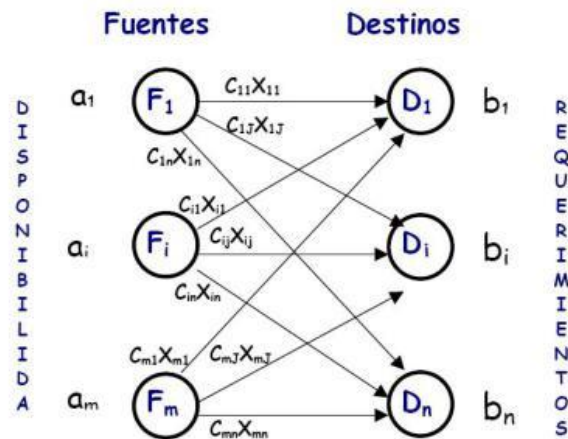
Ejemplo



10

2.2 Problema de transporte

Un problema de transporte surge cuando se necesita un modelo costo-efectividad que permita transportar ciertos bienes desde un lugar de origen a un destino que necesita aquellos bienes, con ciertas restricciones en la cantidad que se puede transportar.



El PT es un caso particular de la PL

Se debe determinar un esquema óptimo de transporte que se origina en los lugares de oferta donde la existencia de cierta mercancía es conocida, y llega a los lugares de donde se conoce la cantidad requerida. El costo de cada envío es proporcional a la cantidad transportada y, el costo total es la suma de los costos individuales.

Esquema tabular del PT

		DESTINOS				
		D_1	D_2	D_n	
ORIGENES	O_1	C_{11}	C_{12}	C_{1n}	a_1
	O_2	C_{21}	C_{22}	C_{2n}	a_2

	O_m	C_{m1}	C_{m2}	C_{mn}	a_m
		b_1	b_2	b_n	

Una solución al PT queda definido por un conjunto de $m \times n$ número X_{ij} , donde:

X_{ij} : Número de unidades a enviar desde el origen i al destino j

Siendo $X_{ij} \geq 0$

X =	X_{11}	X_{12}	X_{1n}
	X_{21}	X_{22}	X_{2n}

	X_{m1}	X_{m2}	X_{mn}

El programa lineal del Problema del transporte queda expresado de la siguiente manera:

$$\text{Min}(Z) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} X_{ij}$$

Sujeto:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = a_i \quad i=1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = b_j \quad j=1, \dots, n$$

$$X_{ij} \geq 0$$

DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Se tienen m lugares de origen. Cada lugar de origen tiene una capacidad de producción S_i

Se tienen n destinos. Cada destino j demanda D_j

Objetivo: Minimizar el costo de transporte de la carga al lugar de destino cumpliendo con las restricciones de los lugares de origen.

El modelo de transporte tiene notable interés por sus importantes aplicaciones que, como se vera en varios ejercicios, no se restringe únicamente a la distribución de mercancías.

Su procedimiento específico de solución, llamado algoritmo de transporte consta de dos fases y es rápido y eficiente. La primera fase consiste en obtener una solución factible inicial. Se pasa después a la segunda fase, en la que se comprueba si la solución obtenida en la primera fase es óptima, y si no lo es, como mejorarla.

EL PROBLEMA DE TRANSPORTE

Corresponde a un problema de flujo de mínimo costo

Supongamos que deseamos enviar productos desde las bodegas a los lugares de venta

Ejemplo:

3 bodegas

4 puntos de venta

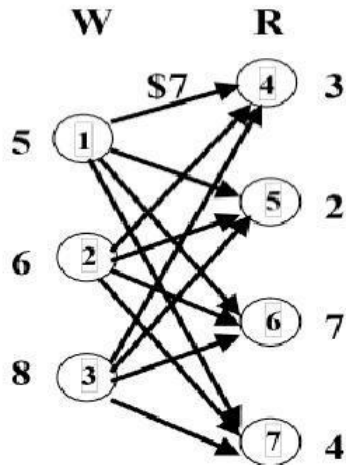
a_i : oferta en bodega i

b_j : demanda de vendedor j

c_{ij} : costo de envío de i a j

Sea x_{ij} la cantidad enviada de i a j

Formule el LP



EL PROBLEMA DE TRANSPORTE

En general, la formulación es

Min

FARMACÉUTICA CARLTON

La farmacéutica Carlton abastece de drogas y otros suministros médicos.

Esta tiene tres plantas en: Claveland, Detroit, Greensboro.

Tiene cuatro centros de distribución en: Boston, Atlanta, St Louis.

La gerencia de Carlton desea realizar el transporte de sus productos de la manera más económica posible.

2.3 Problema de asignación

2.4 Problema de la ruta más corta

El problema de la ruta más corta incluye un juego de nodos conectados donde sólo un nodo es considerado como el origen y sólo un nodo es considerado como el nodo destino. El objetivo es determinar un camino de conexiones que minimizan

la distancia total del origen al destino. El problema se resuelve por el “algoritmo de etiquetado”.

Se trata de encontrar la ruta de menor distancia, o costo, entre el punto de partida o nodo inicial y el destino o nodo terminal.

DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

- Se tienen n nodos, partiendo del nodo inicial 1 y terminando en el nodo final n .
- Arcos bi-direccionales conectan los nodos i y j con distancias mayores que cero, d_{ij}
- Se desea encontrar la ruta de mínima distancia que conecta el nodo 1 con el nodo n .

Por medio de la aplicación del algoritmo de este problema podemos conocer la menor distancia entre un nodo origen y un nodo destino.

Pasos a seguir:

Primer paso: Elaborar un cuadro con todos los nodos y los ramales que salen de él.

Segundo paso: Partiendo del origen, debemos encontrar el nodo más cercano a él.

Tercer paso: Anular todos los ramales que entren al nodo más cercano elegido.

Cuarto paso: Comenzando en el origen se debe encontrar el nodo más cercano a él, por intermedio del(los) nodo(s) ya elegido(s) y volver al tercer paso hasta llegar al destino.

PROBLEMA DE LA RUTA MÁS CORTA

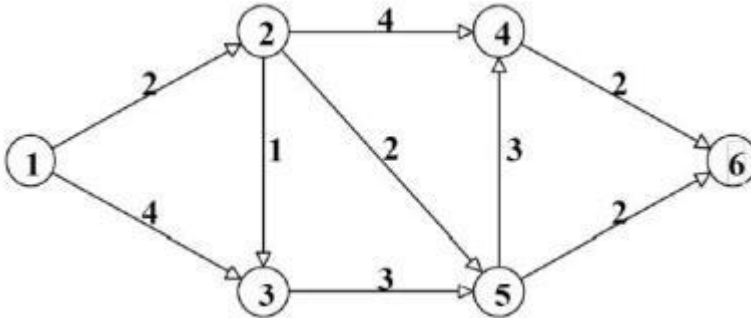
¿Cuál es el camino más corto desde la origen (s de “source”) hasta el destino (t) ?

Supuestos:

Existe un camino de la fuente a todos los demás nodos

Todos los largos de los arcos son no negativos

- ¿Cuál es el camino más corto del nodo 1 al 6?



2.5 Programación de proyectos (PERT-CPM).

PROYECTOS

Un proyecto es cualquier empresa humana con un claro principio y un claro final (Gallagher)

Poseen algunas características comunes:

Combinación de actividades

Relación secuencial entre actividades

Preocupación por el tiempo

Preocupación por los recursos

PLANEACIÓN, PROGRAMACIÓN Y CONTROL

La Planeación requiere desglosar el proyecto en actividades, estimar recursos, tiempo e interrelaciones entre actividades.

La Programación requiere detallar fechas de inicio y terminación.

El Control requiere información sobre el estado actual y analiza posibles trueques cuando surgen dificultades.

HERRAMIENTAS DE PLANEACIÓN, PROGRAMACIÓN Y CONTROL

Gráficas de Gantt

Modelos de redes:

Redes deterministas (CPM = Método de la ruta crítica)

Redes probabilistas (PERT = Técnica de evaluación y revisión de programas)

También existen otras técnicas

PLANEACIÓN Y CONTROL DE PROYECTOS PERT – CPM.

La buena administración de proyectos a gran escala requiere planeación, programación y coordinación de muchas actividades.

Programas de construcción

Preparación de propuestas y presupuestos

Programación de computadoras

Planeación de mantenimiento e instalación de sistemas de cómputo.